

---

## Zeit- und spannungspfadabhängige Verformungen bei Baugruben in weichen Böden

**Dr.-Ing. B. Gebreselassie & Dipl.-Ing. P. Becker**

Institut für Geotechnik und Geohydraulik, Universität Kassel

### 1 Einleitung

Vergleichsrechnungen von messtechnisch überwachten Baugrubenherstellungen in weichen Böden belegen mit der effektiven Spannungsanalyse die realistische Beschreibung des Anfangszustandes. Die Anwendung der effektiven Spannungsanalyse setzt Kenntnisse über den zeitlichen Porenwasserdruckverlauf voraus, der in Baugruben durch die spannungspfadabhängigen Verformungen entscheidend beeinflusst wird. Sowohl die Spannungsumlagerung infolge der Aushubentlastung als auch die daraus resultierende Wandverformung bestimmen das Konsolidierungsverhalten und somit den effektiven Spannungsverlauf bei Baugruben in weichen Böden.

### 2 Problemstellung

Die grundlegende Arbeit zur Lösung von Konsolidationsproblemen wurde von *Terzaghi (1923)* geleistet. Er führte die eindimensionale Konsolidation eines Bodenkörpers auf die aus der Physik bekannte Diffusionsgleichung zurück. Hierdurch wird das reale bodenmechanische Verhalten bekanntermaßen nur mit einer ganzen Reihe von Vereinfachungen wiedergegeben auf die hier nicht näher eingegangen wird. *Rendulic (1936)* veröffentlichte eine dreidimensionale Konsolidationstheorie, bei der allerdings der Porenwasserüberdruck wegen des reinen Diffusionsprozesses von den Verformungen entkoppelt ist. Von *Schiffman et al. (1969)* wurde die Theorie als pseudo-dreidimensional bezeichnet, da die totalen hydrostatischen Spannungen während der Konsolidation konstant bleiben. Die mehrdimensionale Konsolidationstheorie nach *Biot (1941)* berücksichtigt die gleichen Annahmen und Voraussetzungen, wie in der eindimensionalen Theorie. Wobei die Differentialgleichungen für die mehrdimensionale Konsolidationsanalyse auf den Gleichgewichtsbedingungen und den Kontinuitätsbedingungen eines beliebigen Volumenelementes basieren. Hierdurch werden die Volumenänderung des Korngerüsts an die aus dem Element ausfließende Wassermenge gekoppelt.

Eine Vielzahl an Autoren haben seitdem die dreidimensionale Konsolidationstheorie erweitert und modifiziert, so dass auch nichtlineare Spannungsdehnungsbeziehungen und geometrische Nichtlinearitäten berücksichtigt werden können. Für eine ausführlichere Zusammenstellung zur Entwicklung der Konsolidationstheorie siehe auch *Zhou (1997)*.



Winkels der Gesamtscherfestigkeit  $\varphi'_s$  und des Porenwasserüberdruckbeiwertes  $A_f$  beim Bruch entwickelt.

**Tabelle 1:** Beziehungen zur Bestimmung von  $\varphi'_s$  aus  $c_u$  bei verschiedenen Beanspruchungsformen, nach *Gebreselassie (2003)*

Spannungspfade*	$\sin \varphi'_s$ (bei $K_0$ -Konsolidation**)
(OA)	$\sin \varphi'_s = \frac{1}{\frac{1}{\lambda_{cu}}(K_0 + (1 - K_0) \cdot A_f) - 2 \cdot A_f + 1}$
(OB)	$\sin \varphi'_s = \frac{1}{\frac{1}{\lambda_{cu}}(1 + A_f \cdot (1 - K_0)) - 2 \cdot A_f - 1}$
(OE)	$\sin \varphi'_s = \frac{1}{\frac{1}{\lambda_{cu}}(1 + A_f \cdot (1 - K_0)) + 2 \cdot A_f - 1}$
(OD)	$\sin \varphi'_s = \frac{1}{\frac{1}{\lambda_{cu}}(K_0 + A_f \cdot (1 - K_0)) + 2 \cdot A_f - 1}$
$\Delta\sigma_3$ zunehmend und $\Delta\sigma_1$ abnehmend mit $\Delta\sigma_1 = -n \Delta\sigma_3$ ***	$\sin \varphi'_s = \frac{1}{\frac{1}{2 \cdot \lambda_{cu}}(1 + K_0 + \beta(K_0 - 1) - A_f(1 - K_0)) + 2A_f - \beta}$

\* Spannungspfade nach Bild 1

\*\*  $K_0 = \sigma_H / \sigma_V$  (anisotrope Konsolidation)

\*\*\* n - Konstante zwischen  $\Delta\sigma_V$  und  $\Delta\sigma_H$  und  $\beta = (n-1)/(n+1)$ .

In Abhängigkeit der totalen Spannungspfade werden Beziehungen zwischen dem Winkel der Gesamtscherfestigkeit  $\varphi'_s$  und der normalisierten undrännierten Scherfestigkeit  $\lambda_{cu}$  und  $A_f$  angegeben.

Es ist allerdings zu beachten, dass sich in überwiegenden Bereichen die tatsächliche Spannungsentwicklung nicht eindeutig einem idealisierten Spannungspfad zuordnen lässt. Das Verhältnis zwischen horizontaler und vertikaler Spannungsänderung ist von mehreren Faktoren abhängig, wie z.B. Bodenart, Wandart, Aushubtiefe, Abstützungen, etc., die eine Idealisierung der zeitlichen Spannungsentwicklung erschweren.

Die effektiven Scherparameter, hier der Winkel der Gesamtscherfestigkeit eines Bodens, sind unabhängig von der Richtung der totalen Spannungspfade. Der einzig veränderliche Parameter ist  $A_f$ , der von den Hauptspannungen und von  $K_0$  abhängig ist, *Franke (1980)*.

Der Porenwasserdruckbeiwert  $A_f$  im Bruchzustand ist keine Bodenkenngröße, sondern spannungs- und spannungspfadabhängig, während die Scherparameter als davon weitgehend unabhängig angenommen werden. Andererseits sind die Größenordnungen  $A_f$  für Beanspruchungen beim Standardtriaxialversuch als bodenartabhängig bekannt. Insofern ist es hilfreich, Beziehungen zwischen dem Standardtriaxialversuch (Pfad A) und anderen Spannungspfadbeanspruchungen zu kennen. *Gebreselassie (2003)* entwickelte hierzu Beziehungen für  $A_f$ .

**Tabelle 2:** Beziehungen zur Bestimmung von  $A_f$  bei verschiedenen Beanspruchungsformen in Abhängigkeit des  $A_f$ -Wertes für Pfad (OA), nach *Gebreselassie (2003)*

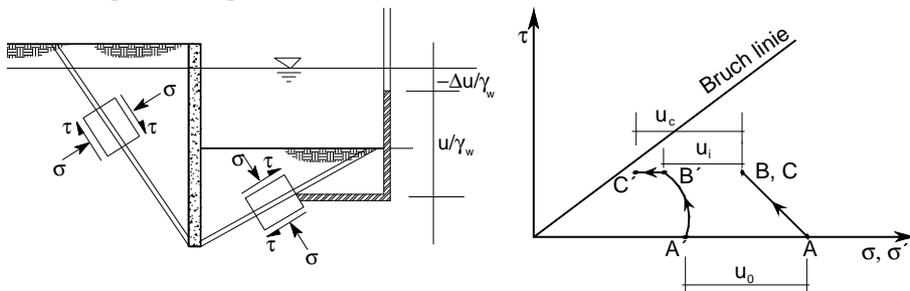
Spannungspfade*	$A_f$ [-]
(OA)	$A_f = A_{fs}$
(OB)	$A_f = A_{fs} - I$
(OE)	$A_f = \frac{K_0 - \xi + A_{fs}(1 - K_0 - 2\lambda_{cu,s})}{(\xi(1 - K_0) + 2\lambda_{cu,s})}$
(OD)	$A_f = \frac{K_0(1 - \xi) + 2\lambda_{cu,s} + A_{fs}(1 - K_0 - 2\lambda_{cu,s})}{(\xi(1 - K_0) + 2\lambda_{cu,s})}$
$\Delta\sigma_3$ zunehmend und $\Delta\sigma_1$ abnehmend mit $\Delta\sigma_1 = -n \Delta\sigma_3$	$A_f = \frac{\beta}{2} + \frac{\lambda_{cu,s} - \xi/2 + A_{fs}(1 - K_0 - 2\lambda_{cu,s}) + K_0(1 - \xi/2)}{(2\lambda_{cu,s} - \xi(K_0 - 1))}$

\* Spannungspfade nach Bild 1

$A_{fs}$  und  $\lambda_{cu,s}$  bezeichnen den Porenwasserdruckbeiwert im Bruch sowie die normierte Scherfestigkeit des undrÄnirten Bodens aus triaxialen Kompressionsversuchen und  $\beta = (n-1)/(n+1)$

Nach Beobachtungen stellt sich der Endzustand, d.h. die drÄnirten Randbedingungen bei einer Baugrube nach wenigen Wochen oder Monaten und damit wÄhrend der normalen Standzeit einer Baugrube ein. *Freiseder (1998)* zeigt dies anhand von Messergebnissen einer 6,3 m tiefen Baugrube im Salzburger Seeton, wobei die Porenwasserunterdrücke infolge Aushubs sehr schnell ausgeglichen werden. Dadurch erscheint es sinnvoll die effektive Spannungsanalyse fÄr Baugruben in weichen BÄden zu verwenden.

In AbhÄngigkeit des effektiven Spannungspfades kommt es in einer Baugrube zum Bruchzustand, wenn durch die Aushubentlastung der effektive Spannungspfad  $A' \rightarrow B'$  (Fig. 2) eines Bodenteilchens vor der Wand im Anfangszustand die Bruchlinie erreicht oder wenn infolge der Hebung der Baugrubensohle und dem Abbau der mittleren effektiven Normalspannungen zu einem spÄteren Zeitpunkt die Bruchlinie erreicht wird ( $B' \rightarrow C'$  in Bild 2).



**Bild 2:** Änderung der Spannungen und Porenwasserdrücke vor einer Baugrubenwand, nach *Atkinson (1993)*

Hierbei ändert sich der Porenwasserdruck  $u_v$ , der infolge des Porenwasserunterdrucks geringer ist als der Porenwasserdruck im Endzustand. Der totale Spannungspfad bleibt hierbei unverändert. Mit den Untersuchungen der wirksamen Spannungspfade konnten *Kempfert & Gebreselassie (2002)* und *Gebreselassie (2003)* nachweisen, dass in überwiegenden Bereichen im Boden eine Entlastungssituation eintritt und die vorhandene Scherbeanspruchung nicht vergrößert wird.

*Janbu (1977)* zeigt auf der Grundlage von sechs analysierten geböschten Baugruben von 5 bis 11 m Tiefe in Ton, dass eine rechnerische Untersuchung mit dränierten Bedingungen am zutreffendsten ist.

Der volldrainierte Endzustand ist nach *Vermeer (1998)* bei Baugruben ungünstiger und darf beim Nachweis der Standsicherheit nicht vernachlässigt werden, es sei denn, die dimensionslose Zeit  $T_v$  ist äußerst klein. Im Gegensatz zum Untergrund eines Dammes verringert sich hier im Laufe der Konsolidation die Scherfestigkeit. Hierdurch nimmt der aktive Erddruck zu und der Erwiderstand ab.

Des Weiteren werden kurze Abbaueiten von Porenwasserunterdrücken bestätigt und festgestellt, dass Berechnungen mit totalen Spannungen bei Baugruben in Ton häufig unzutreffende Ergebnisse liefern und die Lage möglicher Gleitfugen falsch abbilden, siehe *Gebreselassie (2003)*.

*Lafleur et al. (1988)* berichten über einen 8 m tiefen messtechnisch überwachten Einschnitt in weichen Champlain-Ton. Die Messergebnisse unterstreichen die realistische Einschätzung des Sicherheitsverhaltens auf der Grundlage einer effektiven Spannungsanalyse und darüber hinaus wird aufgezeigt, dass die Sicherheit mit undrännierten Randbedingungen überschätzt wird.

*Kempfert & Gebreselassie (2002)* und *Gebreselassie (2003)* kommen zu dem Ergebnis, dass bei Baugruben in weichen Böden in den überwiegenden Fällen Berechnungen mit dränierten Randbedingungen den ungünstigsten Zustand beschreiben. In vielen Fällen sind bei Baugrubenverbaukonstruktionen in weichen Böden dränierte Verhältnisse maßgebend. Beim Nachweis von kurzzeitigen Bauzuständen dagegen sind in der Regel undrännierte Bedingungen mit der Scherfestigkeit  $c_u$  vorzusetzen. *Hettler et al. (2002)* zeigen mit einem Beispiel einer einfach gestützten, im Boden frei aufgelagerten Wand, dass die  $c_u$ -Methode zur Bestimmung der Einbindetiefe der Wand zu großen Interpretationsschwierigkeiten führt. Deshalb empfiehlt der Arbeitskreis Baugruben (EAB), mit Ersatzreibungswinkeln zu dimensionieren. Diese können nach *Kempfert & Gebreselassie (2002)* und *Gebreselassie (2003)* für die Baugrubenberechnung spannungspfadabhängig ermittelt werden.

## 4 Voruntersuchungen

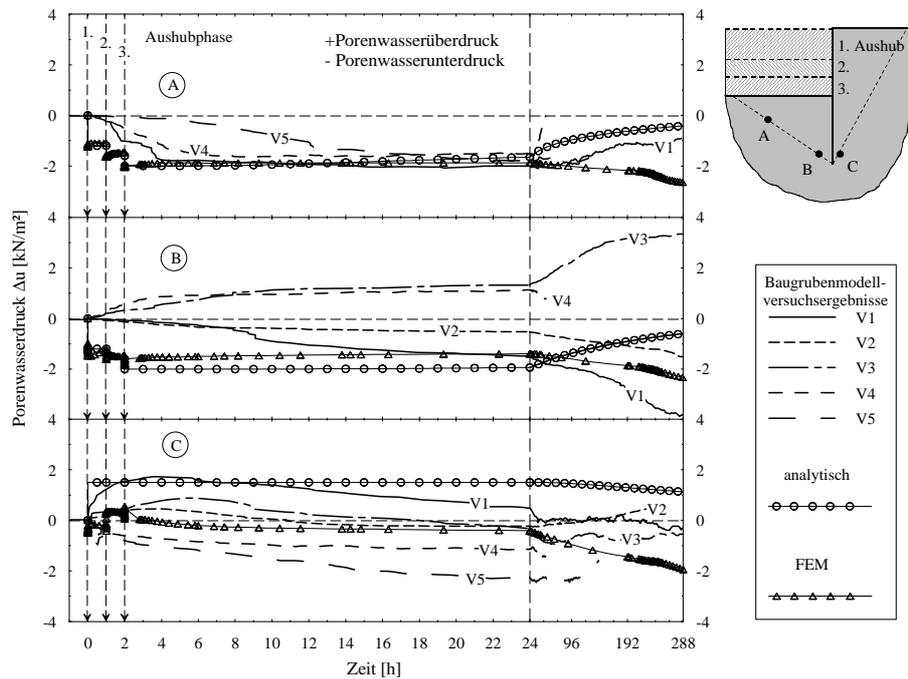
### 4.1 Zeitabhängige Spannungsentwicklung bei Baugruben

Zur Ableitung der zeitabhängigen Spannungsänderungen wurde die Porenwasserdruckentwicklung in Abhängigkeit des Bauablaufs bei der Baugrubenherstellung in weichen Böden bereits mit umfangreichen kleinmaßstäblichen Modellversuchen an unserem Institut untersucht. In einer ersten Versuchsserie wurden die Auswirkungen von unterschiedlichen Wand-

auflagerungen, Belastungssituationen der Geländeoberfläche und Bauabläufe auf die Entwicklung des Porenwasserdrucks erforscht. Bei der Wandauflagerung wurden im Einbindebereich die Extremfälle zwischen einer vollen Einspannung und einer freien Auflagerung im Boden mit und ohne gleichzeitiger Abstützung des Wandkopfes simuliert. Die Porenwasserdruckänderung wurde an repräsentativen Stellen des Baugrubenmodells gemessen.

Die folgenden Ergebnisse zeigen die Porenwasserdruckänderung bei einer im Boden eingespannten Verbauwand in den Baugrubenmodellversuchen im Vergleich mit einer analytischen und numerischen Analyse, *Becker (2003)*. Wobei die analytische Berechnung in einer ersten Annäherung auf der Grundlage der eindimensionalen Konsolidationstheorie nach *Terzaghi* und die numerische Analyse auf der Grundlage der dreidimensionalen Theorie nach *Biot* durchgeführt wurde.

In dem Bild 3 werden exemplarisch die Porenwasserdruckänderungen während und nach der Baugrubenherstellung für drei charakteristische Messpunkte zusammengestellt und mit den Berechnungsergebnissen der analytischen und numerischen Analyse verglichen.



**Bild 3:** Porenwasserdruckänderungen bei Baugrubenmodellversuchen in weichen Böden

Die Porenwasserdruckänderung im Messpunkt A (Bild 3-oben), auf der passiven Seite in Höhe der angenommenen Gleitlinie unter der Baugrubensohle, entspricht näherungsweise den Berechnungsergebnissen. Daraus lässt sich für diesen Bereich in der Baugrube ein dominierendes Entlastungsverhalten ableiten, welches durch den sofortigen Druckabbau beschrieben wird, der betragsmäßig in etwa der effektiven Aushubentlastung mit  $\Delta u = \Delta \sigma' = \gamma' \cdot z =$

2,0 kN/m<sup>2</sup> entspricht. Anhand des verzögerten Druckabbaus in den Modellversuchen in den ersten 24 Stunden, der besonders im Versuch V5 zu beobachten ist, kann ein möglicher Einfluss der Wandbewegung und der im Boden resultierenden Verformung festgestellt werden. Die Berechnungsergebnisse können weder analytisch auf der Grundlage der eindimensionalen Konsolidationstheorie noch numerisch auf der Grundlage der mehrdimensionalen Theorie die Messergebnisse bestätigen. Einen weiteren Hinweis auf den Einfluss der horizontalen Spannungsänderung infolge der Baugrubenherstellung auf den Porenwasserdruckverlauf liefert das Ergebnis der analytischen Berechnung nach den ersten 24 Stunden. Hierbei wurde eine reine Entlastung des Bodens angenommen und ein stärkerer Unterdruckabbau berechnet als es experimentell bestätigt werden kann. Die analytische Berechnung ist im Gegensatz zur numerischen Analyse nicht in der Lage den Einfluss der Baugrubenverformung auf die Durchlässigkeit und folglich auf das Entwässerungsverhalten des Bodens eindeutig zu berücksichtigen.

Die Problematik der Konsolidationsberechnung bei Baugruben wird besonders an den Porenwasserdruckverläufen im Messpunkt B (Bild 3-mitte) deutlich, dieser befindet sich im Wandfußbereich auf der passiven Seite. Hier ist die genaue Kenntnis über die Entwicklung des Porenwasserdrucks für Standsicherheitsberechnungen besonders bedeutungsvoll. Anhand der Versuchsergebnisse kann der Einfluss der Fußverschiebung bzw. -verdrehung auf den Konsolidationsvorgang demonstriert werden. In Abhängigkeit der horizontalen Verformung entsteht ein Porenwasserüberdruck, der den entstandenen Unterdruck infolge des Aushubs überlagert und somit im Fall von den Versuchen V1 und V2 die Entwicklung des Überdrucks reduziert oder sogar wie im Fall von den Versuchen V3 und V4 den Unterdruck vollständig überdrückt. Dieses Phänomen kann wie zu erwarten nicht mit der analytischen Analyse simuliert werden. Darüber hinaus liefert aber auch die numerische Berechnung eine Fehlinterpretation der Porenwasserdruckentwicklung.

In dem Messpunkt C (Bild 3-unten), auf der gegenüberliegenden Wandseite, werden die zuvor genannten Aussagen bestätigt. Zum Beispiel verursacht dort die Verdrehung des Wandfußes auf der aktiven Seite einen Porenwasserdruckanstieg, der wie im Fall von Versuch V1 einen sofortigen Porenwasserüberdruck erzeugt. Der Anstieg ist bezeichnend für den in diesem Bereich ausschlaggebenden Einfluss der Wandverformung im Gegensatz zur Aushubentlastung.

Demnach bestätigen die Modellversuche die mäßige Übereinstimmung der Berechnungsanalysen auf Grundlage der allgemeingültigen Konsolidationstheorie mit den experimentell erfassten Porenwasserdruckverläufen. Die Auswirkungen der horizontalen Wandverformung auf die effektive Spannungsänderung in der Baugrube sind ein maßgebender Einflussfaktor in der Konsolidationsberechnung bei Baugruben, der noch zu quantifizieren ist.

## 4.2 Spannungspfadabhängige Triaxialversuche

An unserem Institut wurde bereits eine Reihe von spannungspfadabhängigen Triaxialversuchen mit weichen Böden zur Untersuchung der Porenwasserdruckentwicklung durchgeführt. Nachfolgend werden exemplarisch die Versuchsergebnisse für die idealisierten totalen Spannungspfade OB und OC dargestellt, (siehe Bild 1).

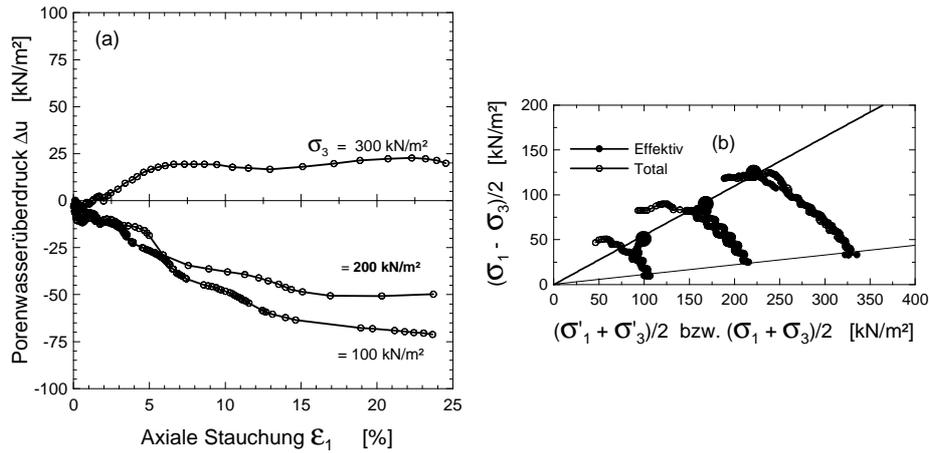


Bild 4: Porenwasserdruckentwicklung und Spannungspfade der Triaxialversuche (Spannungspfad OB)

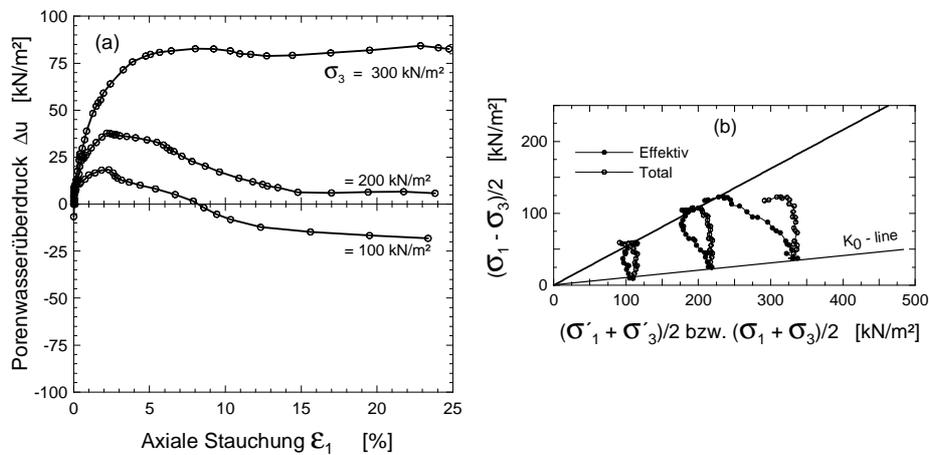


Bild 5: Porenwasserdruckentwicklung und Spannungspfade der Triaxialversuche (Spannungspfad OC)

Der Pfad OB wird durch eine abnehmende Horizontalspannung bei konstanter Vertikalspannung erzeugt. Hierzu wird die horizontale Spannung verringert indem der Zellendruck allmählich reduziert wird. Die Reduzierung des Zellendrucks verursacht jedoch eine Abnahme der vertikalen Spannung, die durch eine entsprechende Erhöhung der Vertikalspannung ausgeglichen werden muss. Analog hierzu wird der Spannungspfad OC durch eine Reduzierung der Horizontalspannung und Erhöhung der Vertikalspannung erzeugt. Die Porenwasserdruckentwicklung werden in Bild 4a und 5a dargestellt. Der Porenwasserüberdruck für den Spannungspfad B ist negativ für die Zellendrücke 100 und 200 kN/m<sup>2</sup> und positiv für 300 kN/m<sup>2</sup>, wobei dieser aber auch sehr klein ist (<25 kN/m<sup>2</sup>). Die Porenwasserüberdruckverläufe des Spannungspfades OC mit den Zellendrücken 100 und 200 kN/m<sup>2</sup> erreichen ihren maximalen Wert bei einer axialen Stauchung von 2,5% bevor sie allmählich auf den minimalen Wert

abfallen, während der Porenwasserüberdruckverlauf mit dem Zellendruck von  $300 \text{ kN/m}^2$  sein Maximum bei 7,5% erreicht und im weiteren Verlauf nahezu konstant bleibt.

Die Spannungspfade werden in Bild 4b und 5b gezeigt. Bis zum Erreichen des Bruchzustandes verlaufen die Spannungspfade der Laborversuche entsprechend den geforderten Spannungspfaden, wobei sie anschließend von ihnen abweichen. Der stufenartige Verlauf der Spannungspfade ist auf die entsprechenden Änderungen der horizontalen und vertikalen Spannungen zur Beschreibung der idealisierten Spannungspfade zurückzuführen.

## 5 Zusammenfassung

Die präsentierten Ergebnisse zeigen speziell bei den Modellversuchen die zum Teil massiven Unterschiede zwischen der Theorie und der Praxis bezüglich der Berechnung des zeitlichen Porenwasserdruckverlaufs und demzufolge auch der effektiven Spannungsentwicklung bei Baugruben in weichen Böden. Die genaue Kenntnis der spannungspfadabhängigen Porenwasserdruckentwicklung ist für eine wirklichkeitsnahe effektive Spannungsanalyse auf der Grundlage der undrännierten Scherfestigkeit im Anfangszustand nach dem aktuellen Stand der Wissenschaft unentbehrlich. Anhand numerischer Studien, den Ergebnissen sowohl von spannungspfadgesteuerten Elementversuchen als auch von Baugrubenmodellversuchen in charakteristischen Spannungspfadzonen sind die derzeitig verwendeten Stoffgesetze für weiche Böden zu validieren. Die Forschungsarbeiten zu dieser bodenmechanischen Fragestellung dauern zur Zeit noch an, weiterführende Ergebnisse sind daher noch zu veröffentlichen.

## 6 Literaturverzeichnis

- Atkinson, J. (1993):* An introduction to the mechanics of soils and foundations. London: McGraw-Hill.
- Becker, P. (2003):* Porenwasserüber- und unterdruckverlauf bei Baugruben in weichen bindigen Böden. Diplomarbeit, Universität Kassel, Fachgebiet Geotechnik, nicht veröffentlicht.
- Biot, M. A. (1941):* General Theory of Three-Dimensional Consolidation. Journal of Applied Physics, Vol. 12: 155-165.
- Franke, E. (1980):* Anwendbarkeit der undrännierten Scherfestigkeit im Vergleich zur Anwendbarkeit der effektiven Scherparameter. Vorträge der Baugrundtagung 1980: 297-319.
- Freiseder, M. (1998):* Ein Beitrag zur numerischen Berechnung von tiefem Baugrund in weichen Böden. Institut für Bodenmechanik und Grundbau, Technische Universität Graz, Heft 3.
- Gebreselassie, B. (2003):* Experimental, Analytical and Numerical Investigations in Normally Consolidated Soft Soils. Universität Kassel, Schriftenreihe Geotechnik, Heft 14.

- Hettler, A. et al. (2002): Zur Kurzzeitstandsicherheit bei Baugrubenkonstruktionen in weichen Böden. Bautechnik 79, Heft 9: 612-619.
- Janbu, N. (1977): Slopes and excavations in normally and lightly overconsolidated clays. Proc. of the IX ICSMFE, Tokyo, Vol. 2: 549-566.
- Kempfert, H.-G. / Gebreselassie, B. (2002): Zur Diskussion von dränierten und undrännierten Bedingungen bei Baugruben in weichen Böden. Bautechnik 79, Heft 9: 603-611.
- Lafleur, J. et al. (1988): Behaviour of a test excavation in soft Champlain Sea clay. Can. Geotech. J. 25: 705-715.
- Rendulic, L. (1936): Porenziffer und Porenwasserdruck in Tonen. Der Bauingenieur, Vol. 17, S. 559-564.
- Scherzinger, T. (1991): Materialverhalten von Seetonen – Ergebnisse von Laboruntersuchungen und ihre Bedeutung für das Bauen in weichem Untergrund. Veröffentlichung des Instituts für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Karlsruhe, Heft 122.
- Schiffman, R.L. / Chen, T.F. / Jordan, J.C. (1969): An analysis of consolidation theories. J. Soil Mech. Found. Div., ASCE, Vol. 95, No. SM1, pp. 285-312.
- Terzaghi, K. (1923): Die Berechnung der Durchlässigkeitsziffer des Tones aus dem Verlauf der hydrodynamischen Spannungserscheinungen. Sitzungsber. Akad. Wiss. Wien, Mathem.-naturw. Kl., Abt. IIa, 132. Bd., 3. u. 4. H., S. 125-138.
- Vermeer, P. A. (1998): Column Vermeer. PLAXIS Bulletin, No. 5: 2-3.
- Zhou, F. (1997): Räumliche Konsolidationsberechnung nach der Methode der Finiten Elemente unter Berücksichtigung des elasto-plastischen Verhaltens von bindigen Böden. Veröffentlichung des Inst. für Grundbau, Bodenmechanik, Felsmechanik und Verkehrswasserbau der RWTH Aachen, Heft 31.